HYDRAULIC MODEL OF REGULATING THE VIBRATION OF WATER LEVEL IN THE BIG NAMANGAN CHANNEL

Kazakov E.
Tashkent Architectural Institute

Abstract. This article discusses the hydraulic model of regulation of the fluctuation of the water level in the large Namangan canal.
Keywords: runoff, water level, hydroelectric power station, water flow, fluctuation control, canal, hydraulic model.

ГИДРАВЛИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РЕГУЛИРОВАНИЯ КОЛЕБАНИЯ УРОВНЯ ВОДЫ В БОЛЬШОМ НАМАНГАНСКОМ КАНАЛЕ

Казаков Э.
Ташкентский архитектурно-строительный институт

Аннотация. В статье рассматривается гидравлическая модель регулирования колебанием уровня воды в большом Наманганском канале.
Ключевые слова: сток, уровень воды, ГЭС, расход воды, регулирования колебания, канал, гидравлическая модель.

В очень многих задачах регулирования стока имеют значение только колебания уровня в створе ГЭС с водохранилищем. Поэтому возникает естественный вопрос, нельзя ли создать метод расчета, который непосредственно давал бы колебания уровня в этом створе. В общем случае ответ на этот вопрос, очевидно, отрицателен, что ясно, в частности, если ГЭС не является единственным источником нарушения установившегося движения, то такого метода, разумеется, заведомо трудно создать. Но если неустановившееся движение порождается только изменениями расхода и напора в верхнем бьефе (в нашем случае в водохранилище Учкурганского ГЭС), то при наличии некоторых дополнительных условий искомый метод может быть создан.

Схематизируем задачу и предположим, что русло реки в нижнем бьефе призматическое и что при расходе Q_o движение в этом русле равномерное, т. е. B_o,F_0, K_0/ч Ko не зависят от x и суть постоянные величины. Введем обозначения:

$$h=\frac{B_0\Delta H}{F_0}\quad,\quad s=\frac{B_0x}{F_0}\ ,\ u=\frac{\Delta Q}{Q_0}\quad,\ \tau=t\sqrt{\frac{gB_0}{F_0}}\ ,\lambda=\frac{Q_0}{F_0}\sqrt{\frac{B_0}{gF_0}}\ ,\ \mu=\frac{F_0K_0'}{B_0K_0}$$

Замечая, что $i=Q_0^2/K_0^2$ и полагая для простоты , α =1, приведем уравнения линейного приближения [1,3]:

$$2\left[\frac{Q_0}{K_0^2}\Delta Q - Q_0^2\frac{K_0^{'}}{K_0^3}\Delta H\right] + \left[1-\alpha\frac{B_0Q_0^2}{gF_0^3}\right]\frac{\partial \Delta H}{\partial x} + \frac{2\alpha Q_0}{gF_0^2}\frac{\partial \Delta Q}{\partial x} + \frac{1}{gF_0}\frac{\partial \Delta Q}{\partial t} = 0$$

$$B_0\frac{\partial \Delta H}{\partial t} + \frac{\partial \Delta Q}{\partial x} = 0$$

к виду:

$$(1-\lambda^2)\frac{\partial h}{\partial s} - \lambda\frac{\partial h}{\partial \tau} + \lambda^2\frac{\partial u}{\partial s} + \lambda\frac{\partial u}{\partial \tau} - 2i(\mu h - u) = 0 \quad (1)$$

$$\lambda\frac{\partial u}{\partial s} + \frac{\partial h}{\partial \tau} = 0 \quad \mathbf{(2)}$$

Из уравнения (2) следует, что существует такая функция *Ф*, что

$$h = \frac{\partial \Phi}{\partial s} \quad u = -\frac{1}{\lambda}\cdot\frac{\partial \Phi}{\partial \tau} \quad \mathbf{(3)}$$

Подставляя эти выражения в уравнение (1), получим

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \tau^2} + 2\lambda\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \tau \partial s} - (1-\lambda^2)\frac{\partial^2 \Phi}{\partial s^2} + 2i\left(\frac{1}{\lambda}\cdot\frac{\partial \Phi}{\partial \tau} + \mu\frac{\partial \Phi}{\partial s}\right) = 0 \quad (4)$$

Положим

$$\Phi(s,\tau) = \varphi(s,\tau)e^{\alpha\tau + \beta s} \quad \mathbf{(5)}$$

и подберем α и β так, чтобы после подстановки значения Φ из (5) в (4) в этом уравнении обратились в нуль коэффициенты при $\partial\varphi/\partial\tau$ и $\partial\varphi/\partial s$. В результате получим:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \tau^2} + 2\lambda\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \tau \partial s} - (1-\lambda^2)\frac{\partial^2 \varphi}{\partial s^2} - c\varphi = 0$$

$$c = i^2\left[\frac{1}{\lambda^2} - (\mu-1)^2\right]$$

$$\alpha = -i\left[\lambda(\mu-1) - \frac{1}{\lambda}\right] \quad \beta = i(\mu-1) \qquad (6)$$

Введем новые независимые переменные:

$$\xi = \tau + \frac{2\lambda}{1-\lambda^2}S,\ \eta = \lambda\tau + \frac{1+\lambda^2}{1-\lambda^2}S \quad (7)$$

и тогда уравнение (6) записывается в виде

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \xi^2} - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \eta^2} - c\varphi = 0 \quad (8)$$

Отбросим в этом уравнении член $c\varphi$, пропорциональный квадрату уклона русла и поэтому очень малый. Мы придем после этого к обычному волновому уравнению

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \xi^2} - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \eta^2} = 0$$

общий интеграл которого, как показано в любом курсе уравнений математической физики, есть

$$\varphi = \Omega(\eta - \xi) + \omega(\eta + \xi)$$

где Ω и ω - произвольные функции. В прежних независимых переменных будет

$$\varphi = \Psi\left(\tau - \frac{s}{1+\lambda}\right) + \psi\left(\tau + \frac{s}{1-\lambda}\right) \quad (9)$$

где функции Ψ и ψ - такие же произвольные, как Ω и ω. Эти функции определяются из краевых условий.

Функция Ψ характеризует волны, распространяющиеся от головного регулятора вниз по течению, скорость этих волн (в относительных единицах) есть $1+\lambda$. Функция ψ характеризует волны, распространяющиеся вверх против течения со скоростью $1-\lambda$. Эти волны возникают только, если в конце нижнего бьефа имеется какое-либо устройство или естественное образование, от которого отражаются волны, идущие вниз по течению. Если же русло канала простирается на большой протяженности, то отраженных волн не будет и в выражении (9) следует отбросить функцию ψ. Тогда будем иметь в силу (5) и (3):

$$h(s,\tau)=\left\{-\frac{1}{1+\lambda}\Psi'(\tau-\frac{s}{1+\lambda})+\beta\Psi(\tau-\frac{s}{1+\lambda})\right\}e^{a\tau+\beta s}$$

$$u(s,\tau)=-\frac{1}{\lambda}\left\{\Psi'(\tau-\frac{s}{1+\lambda})+a\Psi(\tau-\frac{s}{1+\lambda})\right\}e^{a\tau+\beta s}$$

Здесь штрих обозначает дифференцирование функции Ψ по ее аргументу. Для створа головного регулятора ($s=0$) эти формулы будут иметь вид

$$e^{-\alpha\tau}h(0,\tau)=-\frac{1}{1+\lambda}\Psi'(\tau)+\beta\Psi(\tau)$$

$$e^{-\alpha\tau}u(0,\tau)=-\frac{1}{\lambda}\Psi'(\tau)+\frac{a}{\lambda}\Psi(\tau)$$

Отсюда

$$\Psi(\tau)=\frac{\left[(1+\lambda)h-\lambda u\right]e^{-\alpha\tau}}{(1+\lambda)\beta-a}$$

$$\Psi'(\tau)=\frac{(\alpha h+\beta u)e^{-\alpha\tau}}{\beta+\dfrac{\alpha}{1+\lambda}}$$

Дифференцируя первое из этих выражений по τ и приравнивая второму, получим:

$$\frac{dh}{d\tau}-\rho\frac{\partial u}{\partial\tau}=ah-bu$$

$$\rho=\frac{\lambda}{1+\lambda}\quad a=\alpha\left(1+\frac{\beta-\dfrac{\alpha a}{1+\lambda}}{\beta+\dfrac{\alpha}{1+\lambda}}\right)\frac{\lambda}{1+\lambda}\quad b=\alpha\frac{\lambda}{1+\lambda}-\beta\frac{\beta-\dfrac{\alpha}{1+\lambda}}{\beta+\dfrac{\alpha}{1+\lambda}}\qquad(10)$$

Это и есть искомая связь между отклонением расхода перед головным регулятором Большого наманганского Канала от среднего значения Q_0 и отклонением уровня в створе от уровня установившегося режима при расходе Q_0. Уравнение (10) установлено для призматического русла для случая отсутствия отраженных волн. А так как любое сужение или расширение всегда непризматического речного русла есть источник возникновения отраженных волн, то к речным руслам это уравнение, строго говоря, не применимо. Но как приближенное соотношение его можно применять и для непризматических русел. При этом коэффициенты *p*, *a*, *b* наиболее надежно определяются из данных непосредственных наблюдений. Для такого определения перепишем уравнение (10) в виде

$$\frac{d\Gamma}{dt}-C\frac{\partial Q}{\partial t}=A(\Gamma-\Gamma_0)-B(Q-Q_0)\ (11)$$

где $\Gamma=H(0,t)$-переменная отметка уровня в створе головного регулятора БНК; Γ_0 - значение отметки Γ, отвечающее установившемуся режиму при расход Q_0, Q-переменный расход турбин $C=\dfrac{\rho F_0}{Q_0 B_0}$; $A=a\sqrt{\dfrac{gB_0}{F_0}}$; $B=b\sqrt{\dfrac{gF_0}{B_0}}$. Определению подлежат A,B,C, Γ_0, Q_0 .

Пусть в течение достаточно большого времениT регистрировались расход головного регулятора БНК $Q=Q(t)$ и отметка уровня нижнего бьефа в створе головного регулятора БНК $\Gamma=\Gamma(t)$. Тогда в рамках линеаризации

$$Q_0=\frac{1}{T}\int_0^T Q(t)dt\,,\ \Gamma_0=\frac{1}{T}\int_0^T \Gamma(t)dt$$

Чтобы исключить необходимость дифференцированияэкспериментально определенных функций при определении параметров$A,\ B,\ C,$ проинтегрируем уравнение (11) по t от $t=0$ до $t=\Theta,$ получим

$$\Gamma(\Theta)-\Gamma(0)-C\left|Q(\Theta)-Q(0\right|-A\left\{\int_0^\Theta \Gamma(t)dt-\Gamma_0\Theta\right\}+B\left\{\int_0^\Theta Q(t)dt-Q_0\Theta\right\}=0 \quad (12)$$

Если подставить в левую часть этого выражения функции $\Gamma(t)$ и $Q(t)$ полученные в результате измерений, то из-за неточности измерений и самой модели тождественного нуля не получится. Уклонение от нуля обозначим через $\delta=\delta(\Theta)$. Руководствуясь способом наименьших квадратов, неизвестные параметры нужно определить так, чтобы выполнялось условие $I=\int_0^T \delta^2(\Theta)dt=\min$ т. е. из уравнений

$$\frac{\partial I}{\partial A}=\frac{\partial I}{\partial B}=\frac{\partial I}{\partial C}=0$$

Это дает следующие значения$A,\ B$ и С:

$$A=\frac{1}{D}\begin{vmatrix} b_1-a_{12}a_{13}\\ b_2-a_{22}a_{23}\\ b_3-a_{23}a_{33}\end{vmatrix}\quad B=\frac{1}{D}\begin{vmatrix} a_{11}b_1a_{13}\\ a_{12}b_2a_{23}\\ a_{13}b_3a_{33}\end{vmatrix}\quad C=\frac{1}{D}\begin{vmatrix} a_{11}-a_{12}b_1\\ a_{12}-a_{22}b_2\\ a_{13}-a_{23}b_3\end{vmatrix}\quad D=\begin{vmatrix} a_{11}-a_{12}a_{12}\\ a_{12}-a_{22}a_{22}\\ a_{13}-a_{23}a_{33}\end{vmatrix}$$

$$a_{11}=\int_0^T d\Theta\left\{\int_0^\Theta \Gamma(t)dt-\Gamma_0\Theta\right\}^2\quad a_{12}=\int_0^T d\Theta\left\{\int_0^\Theta Q(t)dt-Q_0\Theta\right\}\left\{\int_0^\Theta \Gamma(t)dt-\Gamma_0\Theta\right\}$$

$$a_{13}=\int_0^T d\Theta\left[Q(\Theta)-Q(0)\right]\left\{\int_0^\Theta \Gamma(t)dt-\Gamma_0\Theta\right\}\quad a_{22}=\int_0^T d\Theta\left\{\int_0^\Theta Q(t)dt-Q_0\Theta\right\}^2$$

$$a_{23}=\int_0^T d\Theta\left[Q(\Theta)-Q(0)\right]\left\{\int_0^\Theta Q(t)dt-Q_0\Theta\right\}\quad a_{33}=\int_0^T d\Theta\left[Q(\Theta)-Q(0)\right]^2$$

$$b_1=\int_0^T d\Theta\left[\Gamma(\Theta)-\Gamma(0)\right]\left\{\int_0^\Theta \Gamma(t)dt-\Gamma_0\Theta\right\}\quad b_2=\int_0^T d\Theta\left[\Gamma(\Theta)-\Gamma(0)\right]\left\{\int_0^T Q(t)dt-Q_0\Theta\right\}$$

$$b_3=\int_0^T d\Theta\left[\Gamma(\Theta)-\Gamma(0)\right]\left[Q(\Theta)-Q(0)\right]$$

Необходимо обратить внимание на две следующие детали, вытекающие из изложенного

1. Для экспериментального определения параметров уравнения (11) нет необходимости создавать периодический режим, а можно иметь любой неустановившийся режим.

2. Параметры этого уравнения зависят от Q_o, поэтому их необходимо определять для нескольких Q_o и строить их зависимости от Q_0.

В условиях управления процессом, параметры уравнения (11), используемого в расчетах регулирования стока, могут быть найдены по данным детальных гидравлических расчетов неустановившегося движения, основанных на интегрировании уравнений Сен-Венана [1,2].

То обстоятельство, что расходы и уровни в створе головного регулятора БНК в определенных условиях приближенно могут быть связаны обыкновенным дифференциальным уравнением, приводит к вопросу, нельзя ли компенсировать допущения, лежащие в основе вывода уравнения (11), т. е. линеаризацию исходных уравнений Сен-Венана, предполагаемую призматичность русла и отбрасывание члена $c\varphi$ в уравнении (8), переходом к обыкновенному дифференциальному уравнению более общего вида, которое следует установить из соображений общего характера. Такое уравнение в самом общем случае будет

$$\varphi\left\{Q, Q', Q'', ..., Q^{(n)}, \Gamma, \Gamma', \Gamma'', ..., \Gamma^{(n)}\right\} = 0 \quad (13)$$

причем ясно, что в условиях установившегося режима, когда все производные равны нулю, это уравнение должно обращаться в уравнение кривой связи уровней с расходами, т. е.

$$Q_0 - \alpha_0 - \alpha_1\Gamma - \alpha_2\Gamma^2 - \alpha_3\Gamma^3 = 0 \quad (14)$$

Далее желательно подобрать функцию φ так, чтобы уравнение (13) в противоположность (11) не включало производных от расхода *Q*. Но тогда, как показывают некоторые теоретические соображения и обработка данных о колебаниях уровней, оно должно включать производные от Γ не только первого, но по крайней мере еще и второго порядка. В конечном счете эти соображения приводят к уравнению

$$\Gamma'' + \alpha\Gamma' - (\beta_0 + \beta_1\Gamma + \beta_2 Q)(Q_0 - \alpha_0 - \alpha_1\Gamma - \alpha_2\Gamma^2 - \alpha_3\Gamma^3) = 0 \quad (15)$$

которое удовлетворяет всем перечисленным требованиям. Разумеется, на это уравнение так же, как и на уравнение (11), следует смотреть как на эмпирическую зависимость, подкрепленную теоретическими соображениями общего характера, но не являющуюся строгим следствием исходных уравнений. Коэффициенты этой зависимости могут быть определены только из данных наблюдений или из данных детальных расчетов тем же путем, что и коэффициенты уравнения (11). Не приводя соответствующих достаточно громоздких уравнений для коэффициентов, заметим лишь, что для того, чтобы избежать необходимости дифференцировать кривые Г= Г(*t*), полученные из наблюдении, уравнение (3.15) следует предварительно дважды проинтегрировать по *t*.

Выводы: Уравнение (15) имеет два преимущества по сравнению с уравнением (11). Во-первых, подсчеты показывают, что оно пригодно и при наличии подпорных явлений в бьефе от каких- либо сооружений или от впадения крупного притока. При этом необходимо лишь, чтобы условия, вызывающие подпор, не изменялись с течением времени. Например, если подпор вызывается притоком, то уравнением (15) можно пользоваться в пределах таких промежутков времени, в течение которых расход воды в притоке молено считать постоянным. Заметим, что при отсутствии подпора молено принимать $\alpha_3 = 0$. Во-вторых, параметры ко, $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ по своему смыслу не зависят от среднесуточного расхода Q(0) или уровня Г(0), а остальные коэффициенты также, по видимому, всегда молено подобрать так, чтобы они не зависели от Q(0) и Г(0).

Библиографический список

1. Грушевский М.С. «Неустановившееся движение воды в реках и каналах». – Л.: Гидрометеоиздат, 1982. – 288 с.

2. Годунов С.К., Рябенский В.С. Разностные схемы. – М.: Наука, 1977. – 439 с.

3. Ligget J.A, Cung J.A. Numeral method of solution of unsteady flow equation // Unsteady Flow in Open Channels. Chap. 4 Water Resource Pub., Fort Collins, Co, USA. 2005.